SESIÓN 10

FUNCIONES Y GRÁFICAS

I. CONTENIDOS:

1. Funciones.
2. Variables dependientes e independientes.
3. Gráfica de funciones y su aplicación.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Comprenderá el concepto de función.
- Identificará las variables de una función.
- Graficará funciones en el plano cartesiano.
- Representará mediante gráficas problemas prácticos.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿Qué relación hay entre tus calificaciones y tu aprendizaje? ¿Depende uno del otro?
- ¿Cómo representarías en una gráfica la relación que hay entre el precio de un producto y la cantidad de piezas que se elaboran de él?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Funciones

Se denomina función a la relación entre dos variables, donde el valor de una depende del valor de la otra. Por ejemplo, el dinero que gana un obrero esta en función a la cantidad de horas que trabaja. Mientras más horas tenga su paga será mayor, si trabaja poco, gana poco.

2.1. Variables dependientes e independientes

- **Variable independiente:** *se representa con la letra x, se le denomina dominio y se representa en el eje horizontal del plano cartesiano. Se denomina independiente porque su valor puede variar libremente*

- **Variable dependiente:** *se representa con la letra Y, se le denomina contradominio o recorrido y se representa en el eje vertical del plano cartesiano. Es dependiente porque su valor esta en función de la variable x.*

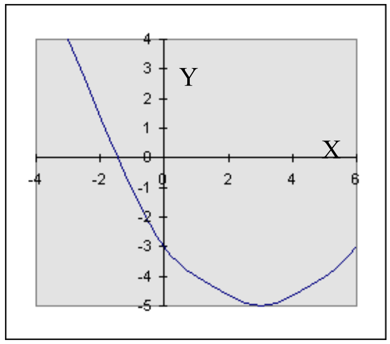
3.1. Grafica de funciones

Dominio y recorrido.

El **dominio** de una función es el conjunto de todas las coordenadas x de los puntos de la gráfica de la función, y el **recorrido** es el conjunto de todas las coordenadas en el eje y. Los valores en el dominio usualmente están asociados con el eje horizontal (el eje x) y los valores del recorrido con el eje vertical (el eje y).

Ejemplo:

Determina el dominio y el recorrido de la función f cuya gráfica es:

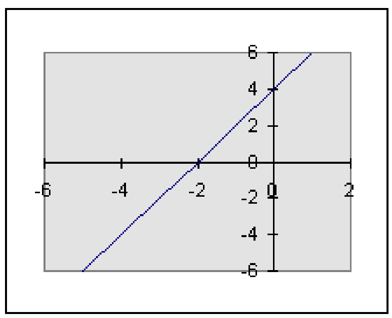


Su dominio es de -2.5 hasta 6 mientras que su contra dominio o recorrido es de 4 a -5
Funciones crecientes, decrecientes y constantes

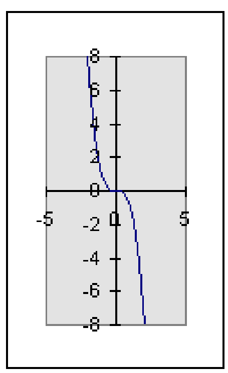
Definición: Sea **I** in intervalo en el dominio de una función f. Entonces:

1) f es **creciente** en el intervalo **I** si f(b)>f(a) siempre que b>a en **I**.
2) f es **decreciente** en el intervalo **I** si f(b)<f(a) siempre b<a en **I**.
3) f es **constante** en el intervalo **I** si f(b) = f(a) para todo a y b en **I**.

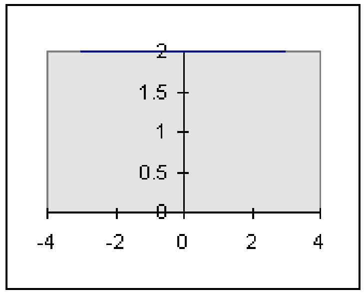
Ejemplos:

1) 

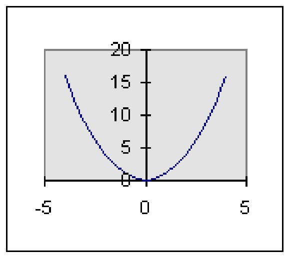
La función f(x) = 2x + 4 es una función **creciente** en los números reales.

2) 

La función g(x) = $-x^3$ es una función **decreciente** en los números reales.

3) 

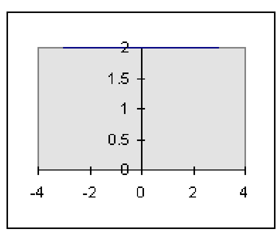
La función h(x) = 2 es una función **constante** en los números reales.

4) 

La función f(x) = x^2 es una función **decreciente** en el intervalo de menos infinito a cero y **creciente** en el intervalo de cero a infinito.

Función constante.

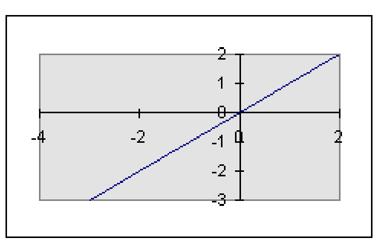
Una **función constante** es una función de la forma **f(x) = b**. Su gráfica es una recta horizontal, su dominio el conjunto de los números reales y el recorrido el conjunto {b}.
Ejemplo:



En la función f(x) = 2, el dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es {2}. La pendiente (m) es cero.

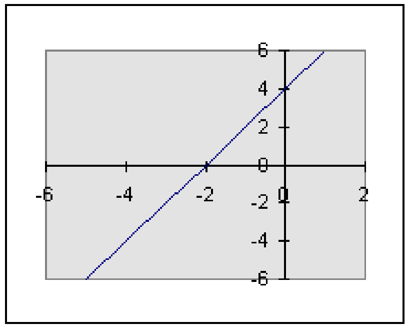
Función identidad.

La función identidad es la función de la forma **f(x) = x**. El dominio y el recorrido es el conjunto de los números reales.



Función lineal.

Una **función lineal** es una función de la forma **f(x) = mx + b**, donde m es diferente de cero, m *y* b son números reales. La restricción m diferente de cero implica que la gráfica no es una recta horizontal. Tampoco su gráfica es una recta vertical. El dominio y el recorrido (rango) de una función lineal es el conjunto de los números reales. Recuerda que si la pendiente (m) es positiva la gráfica es creciente en los números reales y si la pendiente es negativa la gráfica es decreciente en los números reales. El intercepto en y es (0,b). Ejemplo:

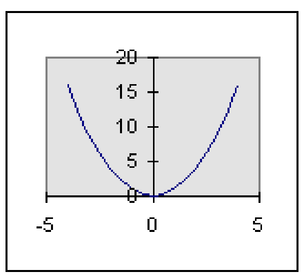


En la función f(x) = 2x + 4, la pendiente es 2, por tanto la gráfica es creciente en los números reales. El dominio y el recorrido es el conjunto de los números reales. El intercepto en y es (0,4)..
Nota: *Una función de la forma **f(x) = mx** también es una **función lineal** pero su intercepto en y es cero. Su gráfica es una recta que siempre pasa por el origen.*

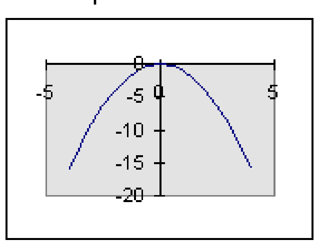
Función cuadrática.

Una **función cuadrática** es una función de la forma **f(x) =ax^2 + bx + c**, con **a** diferente de cero, donde **a,b y c** son números reales. La gráfica de una función cuadrática es una **parábola**. Si **a>0** entonces **la parábola abre hacia arriba** y si **a<0** entonces **la parábola abre hacia abajo**. El dominio de una función cuadrática es el conjunto de los números reales. El vértice de la parábola se determina por la fórmula:

$$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right).$$



f(x) = x^2 es una función cuadrática cuya gráfica es una parábola que abre hacia arriba, pues a>0. El vértice es (0,0). El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es cero y los reales positivos. La gráfica de una función que luce como la de f(x) = x^2 es **cóncava hacia arriba**.



f(x) = $-x^2$ es una función cuadrática cuya gráfica es una parábola que abre hacia abajo, pues a<0. El vértice es (0,0). El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es el conjunto de los números reales negativos y el cero. La gráfica de una función que luce como f(x) = $-x^2$ es **cóncava hacia abajo**.

Consultado el 27 de Enero de 2011 de bc.inter.edu/facultad/ntoro/grafw.htm

Valor de función.

Para obtener el valor de una función se sustituye la variable independiente por un valor que se ha especificado, después se realizan las operaciones y se simplifica.

Ejemplo

$f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ si se especifica que el valor de x es 3 la función cambia a

$f(3) = 2(3)^2 + 5(3) - 3$ se realizan las operaciones y se simplifica

$f(3) = 18 + 15 - 3 = 30$ el valor es 30

Método para obtener la gráfica de una función en un intervalo determinado.

Datos

$f(x) = 3x + 5 \qquad -2 \leq x \leq 3$

Según los datos se necesita de la grafica de la función $f(x) = 3x + 5$ con valores de x que van de -2 hasta 3

Se realiza una tabla de valores de x y f(x) también se conoce como tabla de coordenadas

X	F(x)
-2	-1
-1	2
0	5
1	8
2	11
3	14

Se obtiene el valor numérico de la función para cada valor de x seleccionado y se colocan los resultados en la tabla

F(-2)=3(-2)+5 = -1
F(-1)=3(-1)+5 = 2
F(0)= 3(0)+5 = 5
F(1) = 3(1)+5 = 8
F(2)= 3(2)+5= 11
F(3)= 3(3)+5 = 14

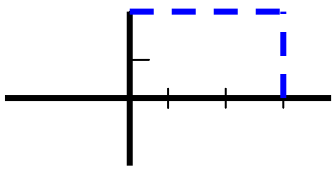
Después se realiza la gráfica.

Cada pareja de valores se considera una coordenada, así que tenemos las coordenadas

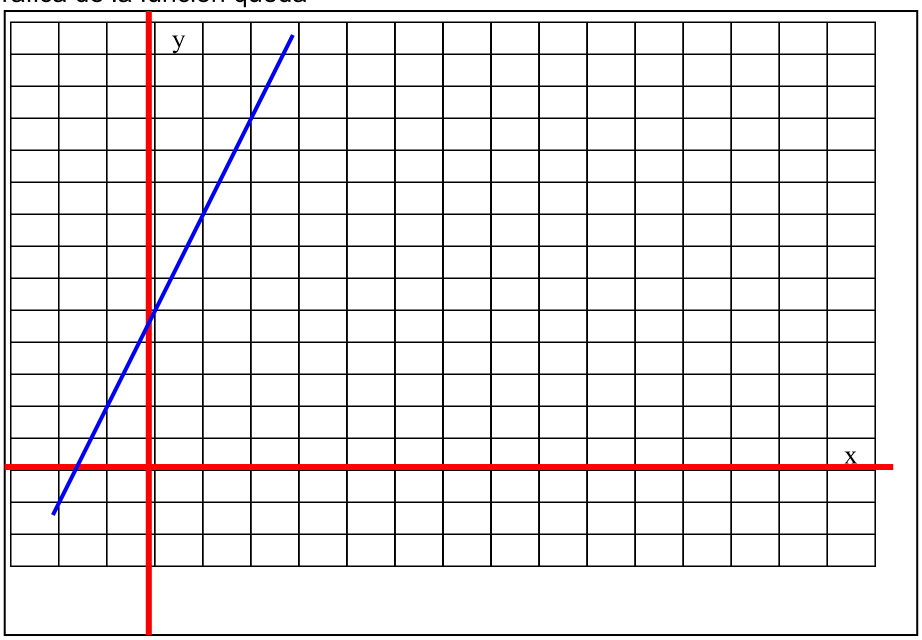
(-2,-1)
(-1,2)
(0,5)
(1,8)
(2,11)
(3,14)

Las coordenadas se grafican con un punto en la intersección de los valores de x y y especificados.
Ejemplo:

Grafica (3,2)



Así que la grafica de la función queda



X	F(x)
-2	-1
-1	2
0	5
1	8
2	11
3	14

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. En equipo explica y ejemplifica las siguientes cuestiones:

- El concepto de variable tanto independiente como dependiente.
- "Campo de variación" de una variable.
- ¿Cómo se representa e interpreta una notación funcional?
- El sistema de coordenadas rectangulares y qué representa una gráfica.

B. Resuelve los siguientes ejercicios.

a) Siendo $f(x) = x^3 - 5x - 2$, calcular $f(-2)$, $f(-\frac{3}{2})$, $f(-1)$, $f(0)$

b) Trace la gráfica definida por: $y = 3 - 2x - x^2$

C. Resuelve el Problema Reto: Exprese el área de A, de un cuadrado en función de:

- Lado x.
- Perímetro P.
- Diagonal D. **Sugerencia:** Puedes emplear el teorema de Pitágoras.